УДК 629.782.05

Гусынин А.В.
ООО «Тич Консалтинг Украина»

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОБЛЕМ В ТЕХНОГЕННОЙ СФЕРЕ

Рассмотрено применение модифицированного метода дифференциальных преобразований для решения проблем в техногенной сфере, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями. Подход основан на решении уравнений в области изображений с аппроксимацией нелинейных членов уравнения полиномами Адомиана и дальнейшим получением оригинала решения в виде ряда Тейлора. Приведены примеры решения дифференциальных уравнений с разными типами нелинейностей и показана эффективность применения этого подхода.

Ключевые слова: *техногенная проблема, нелинейные дифференциальные уравнения, дифференциальные преобразования, полиномы Адомиана, модифицированный метод.*

Постановка проблемы. Обеспечение безопасности населения и территорий в связи с последствиями явлений техногенного характера, их прогноз и оценка степени риска является одним из важнейших социально-экономических факторов. Многие задачи техногенного характера, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями и дифференциальными уравнениями в частных производных, рассматриваются в нелинейной постановке. С помощью нелинейных дифференциальных уравнений описывается, например, динамика гравитационного растекания жидкости на поверхности при аварии на железнодорожном транспорте при разрушении цистерн [1], определяется концентрационная зависимость интенсивности осадкообразования от ионного состава атмосферы над зоной выброса опасных радиоактивных и химических веществ [2] и др. Большинство нелинейных дифференциальных уравнений не имеют точного аналитического решения, и для их решения применяются различные приближенные и численные методы. Одним из таких методов является численно-аналитический метод дифференциальных преобразований, основанный на преобразованиях Тейлора и предложенный академиком Г.Е. Пуховым [3–4]. Основным преимуществом этого метода является то, что он может быть применен непосредственно к решению нелинейных уравнений без их предварительной линеаризации, допускает получение решения в аналитическом виде и значительно уменьшает объем вычислительных работ. Метод нашел успешное применение в различных отраслях науки и техники [5–9].

Часто при реализации этого метода возникают трудности, связанные со сложной нелинейностью дифференциальных уравнений. Одним из направлений в преодолении этих трудностей является применение полиномов Адомиана [10, 11]. Этот подход позволяет сложные нелинейности дифференциальных уравнений аппроксимировать полиномами Адомиана и получить решение нелинейного дифференциального уравнения в виде ряда, члены которого определяются известными рекуррентными соотношениями для компонент полиномов Адомиана.

Применение полиномов Адомиана в методе дифференциальных преобразований (модифицированный метод дифференциальных преобразований) значительно упрощает решение нелинейных дифференциальных уравнений и расширяет сферу применения этого метода.

Целью статьи является оценка возможностей и эффективности применения модифицированного метода дифференциальных преобразований (ММДП) для решения проблем в техногенной сфере, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями.

Изложение основного материала. Дифференциальные преобразования. Дифференциальные преобразования позволяют заменить в математической модели динамики объекта функции $x(t)$ непрерывного аргумента t их спектральными моделями в форме дискретных функций $x(k)$ целочисленного аргумента $k=0,1,2,\ldots$.

Дифференциальные преобразования функции имеют следующий вид:

$$X(k) = \frac{H^k}{k!}\left[\frac{d^k x(t)}{dt^k}\right]_{t=t_0} \qquad (1)$$

где *x(t)* – оригинал функции, представляющий собой непрерывную, бесконечное число раз дифференцируемую и ограниченную вместе со всеми своими производными функцию действительного аргумента *t*; *x(k)* – дифференциальное изображение оригинала (дифференциальный спектр), представляющее собой дискретную функцию целочисленного аргумента *k=0,1,2,...*; *H* – масштабная постоянная, имеющая размерность аргумента *t* и часто равная отрезку $0 \le t \le H$, на котором рассматривают функцию *x(t)*.

Обратным преобразованием, позволяющим по изображению *x(k)* получить оригинал *x(t)* в форме степенного ряда Тейлора, является:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{t}{H}\right)^k X(k). \qquad (2)$$

Следовательно,

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{t^k}{k!}\left[\frac{d^k x(t)}{dt^k}\right]_{t=0}. \qquad (3)$$

Величина *H* должна быть меньше радиуса сходимости ряда ρ, который можно определить на основе признака сходимости Даламбера:

$$\rho = \overline{\lim_{k\to\infty}}\left|\frac{X(k)}{H^k} : \frac{H(k+1)}{H^{k+1}}\right| = H\overline{\lim_{k\to\infty}}\left|\frac{X(k)}{X(k+1)}\right|. \qquad (4)$$

В частных случаях, при $t_0=0$ выражения (2) и (3) имеют вид:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{t}{H}\right)^k X(k). \qquad (5)$$

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{t^k}{k!}\left[\frac{d^k x(t)}{dt^k}\right]_{t=0} \qquad (6)$$

Полиномы Адомиана. В основу применения метода полиномов Адомиана для решения нелинейного дифференциального уравнения положено разбиение уравнения на линейные и нелинейные составляющие и аппроксимация неизвестных нелинейных составляющих уравнения полиномами Адомиана.

Рассмотрим следующее нелинейное дифференциальное уравнение в операторной форме:

$$Px + Nx + Qx = c, \qquad (7)$$

где $x = x(t)$; $P = \frac{d^n}{dt^n}$ – нелинейный дифференциальный оператор; $n \succ 1$; $N = \frac{d}{dt}$; – линейный дифференциальный оператор; *Q* –нелинейный оператор нелинейной функции $f = f[x(t)]$; *c* –правая часть уравнения.

В соответствии с методом полиномов Адомиана нелинейные члены уравнения аппроксимируются рядом:

$$Qx = \sum A_m \qquad (8)$$

а решение искомого уравнения представляется в виде ряда:

$$x(t) = \sum x_m(t) \qquad (9)$$

Полиномы Адомиана определяются выражением:

$$A_n = \frac{1}{n!}\left\{\frac{d^n}{d\lambda^n}\left[Q\left(\sum_{i=0}^{\infty}\lambda^i x_i\right)\right]\right\}_{\lambda=0}, \qquad (10)$$

а их элементы для нелинейной функции $f = f[x(t)]$ вычисляются по формулам [12]:

$$\begin{aligned}
&A_0 = f(x_0),\ A_1 = x_1 f^{(1)}(x_0),\\
&A_2 = x_2 f^{(1)}(x_0) + \frac{1}{2!}x_1^2 f^{(2)}(x_0),\\
&A_3 = x_3 f^{(1)}(x_0) + x_1x_2 f^{(2)}(x_0) + \frac{1}{3!}x_1^3 f^{(3)}(x_0),\\
&A_4 = x_4 f^{(1)}(x_0) + \left(x_1x_3 + \frac{1}{2!}x_2^2\right) f^{(2)}(x_0) +\\
&+\frac{1}{2!}x_1^2x_2 f^{(3)}(x_0) + \frac{1}{4!}x_1^4 f^{(4)}(x_0),\\
&A_5 = x_5 f^{(1)}(x_0) + (x_2x_3 + x_1x_4) f^{(2)}(x_0) +\\
&+\frac{1}{2!}\left(x_1^2x_3 + x_1x_2^2\right) f^{(3)}(x_0) + \frac{1}{3!}x_1^3x_2 f^{(4)}(x_0) + \frac{1}{5!}x_1^5 f^{(5)}(x_0). \ldots
\end{aligned} \qquad (11)$$

Компоненты решения x_0, x_1, x_2 определяются с использованием рекуррентных соотношений:

$$x_0 = f,\ x_{k+1} = -P^{-1}Rx_k - P^{-1}A_k,\quad k \ge 0. \qquad (12)$$

В работе [13] предложен эффективный алгоритм, использующий для вычисления полиномов Адомиана только операции сложения и умножения:

$$\begin{aligned}
&A_0 = f(x_0),\\
&A_n = \sum_{k=1}^{n} C_n^k f^{(k)}(x_0),\ n \ge 1,
\end{aligned} \qquad (13)$$

где

$$C_n^1 = x_n,\ n \ge 1,\quad C_n^k = \frac{1}{n}\sum_{j=0}^{n-k}(j+1)x_{j+1}C_{n-1-j}^{k-1},\ 2 \le k \le n. \qquad (14)$$

Модифицированный метод дифференциальных преобразований

С учетом свойств дифференциальных преобразований компоненты дифференциального изображения нелинейной функции $f[x(t)]$ искомого дифференциального уравнения при $t_0=0$ имеют вид [14]:

Сравнение выражений (11) и (15) показывает, что компоненты дифференциального изображения оригинала нелинейной функции и соответствующие компоненты полинома Адомиана имеют одинаковую математическую структуру. Это означает, что компоненты дифференциального изображения оригинала нелинейной функции могут быть получены из соответствующих компонентов полинома Адомиана путем замещения каждой компоненты решения $x_k(t)$ соответствующим компонентом дифференциального изображения $x(k)$ того же индекса.

$$
\begin{aligned}
&F(3) = X(3) f^{(1)}(X(0)) + X(1)X(2) f^{(2)}(X(0)) + \frac{1}{3!}(X(1))^3 f^{(3)}(X(0)),\\
&F(4) = X(4) f^{(1)}(X(0)) + (X(1)X(3) + \frac{1}{2!}(X(2))^2) f^{(2)}(X(0)) +\\
&\qquad + \frac{1}{2!}(X(1))^2 X(2) f^{(3)}(X(0)) + \frac{1}{4!}(X(1))^4 f^{(4)}(X(0)),\\
&F(5) = X(5) f^{(1)}(X(0)) + (X(2)X(3) + X(1)X(4)) f^{(2)}(X(0)) + \frac{1}{2!}(X(1))^2 X(3) +\\
&\qquad + X(1)(X(2))^2) f^{(3)}(X(0)) + \frac{1}{3!}(X(1))^3 X(2) f^{(4)}(X(0)) + \frac{1}{5!}(X(1))^5 f^{(5)}(X(0)), \dots
\end{aligned}
\tag{15}
$$

В работе [14] показано, что такое замещение может быть применено к любым видам нелинейностей дифференциального уравнения. Таким образом, для решения нелинейных дифференциальных уравнений можно применить комбинированный метод дифференциальных преобразований с аппроксимацией нелинейной части уравнения полиномами Адомиана по такому алгоритму. Составляется спектральная модель искомого дифференциального уравнения. В этой модели дифференциальное изображение оригинала нелинейной функции $F(k)$ замещается компонентами $\tilde{A}_k$, которые получаются из компонентов A_k полинома Адомиана путем замещения в нем каждого элемента x_k на соответствующее дифференциальное изображение x_k того же индекса k. Затем вычисляются дискреты дифференциального изображения уравнения и с учетом (2) или (5) получают оригинал решения искомого дифференциального уравнения.

Учитывая наличие эффективных методов вычисления полиномов Адомиана, такой подход позволяет преодолеть математические трудности при вычислении дифференциальных изображений сложных нелинейностей и существенно снизить вычислительные затраты при нахождении приближенного решения нелинейного дифференциального уравнения.

Примеры применения модифицированного метода

Ниже представлены примеры применения модифицированного метода дифференциальных преобразований к решению нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, используемых в моделировании задач техногенного характера, и дано сравнение полученных результатов с точным решением.

Пример 1. Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение с квадратичной правой частью [15]:

$$\frac{dx(t)}{dt} = 2x(t) - x^2(t) + 1, \quad x(0) = 0. \tag{16}$$

Точное решение данной задачи имеет вид:

$$x(t) = 1 + \sqrt{2}\tanh\left(\sqrt{2}t + \frac{1}{2}\log\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)\right).$$

С учетом свойств дифференциальных преобразований запишем спектральную модель задачи (16) в виде:

$$
\begin{aligned}
&(k+1)X(k+1) = 2X(k) - \tilde{A}_k + \sigma(k),\\
&X(0) = 0,
\end{aligned}
\tag{17}
$$

где $\sigma(k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \geq 1. \end{cases}$

В соответствии с процедурой (11) для нелинейной части уравнения (16) $f[x(t)] = x^2(t)$ вычисляем компоненты A_k полиномов Адомиана и по ним соответствующие компоненты $\tilde{A}_k$ для замещения ими компонент дифференциальных изображений-нелинейной части уравнения:

$$
\begin{gathered}
\tilde{A}_0 = X^2(0),\ \tilde{A}_1 = 2X(0)X(1),\ \tilde{A}_2 = X^2(1) + 2X(0)X(2),\\
\tilde{A}_3 = 2X(0)X(3) + 2X(1)X(2),\\
\tilde{A}_4 = 2X(0)X(4) + 2X(1)X(3) + X^2(2),\\
\tilde{A}_5 = 2X(0)X(5) + 2(X(2)X(3) + X(1)X(4))
\end{gathered}
$$

Подставляя значения $\tilde{A}_k$ в (17) получим соответствующие дифференциальные дискреты:

$$
\begin{gathered}
X(0) = 0,\ X(1) = 1,\ X(2) = 1,\ X(3) = 1/3,\ X(4) =\\
= -1/3,\ X(5) = -7/15,\ X(6) = -7/45, \dots
\end{gathered}
$$

Следовательно, с учетом (5) приближенное решение уравнения (16) при $H=1$ имеет вид:

$$x(t) = t + t^2 + \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{3}t^4 - \frac{7}{15}t^5 - \frac{7}{45}t^6 + \dots \tag{18}$$

Это решение является разложением в ряд Тейлора точного решения

$$x(t) = 1 + \sqrt{2}\tanh\left(\sqrt{2}t + \frac{1}{2}\log\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)\right).$$

На рис. 1 и в табл. 1 показано сравнение между точным решением и решением по модифицированному методу дифференциальных преобразований, а также приведена относительная ошибка решения, полученного по ММДП с использованием 5 дискрет дифференциального изображения исходного дифференциального уравнения (16).

В соответствии с процедурой (11) для нелинейной части уравнения (19) вычисляем компоненты полиномов Адомиана и соответствующие компоненты для замещения ими компонентов дифференциальных изображений:

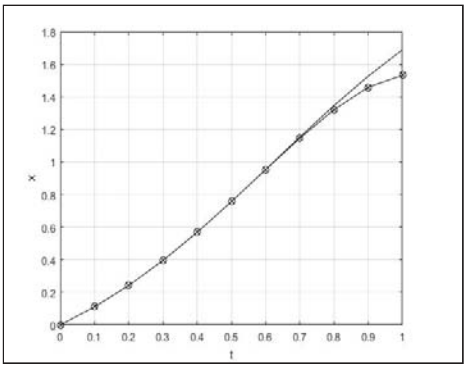

Рисунок 1. Сравнение точного решения (–) и решения по ММДП (⊗), полученного с учетом 5 дискрет для примера 1

Таблица 1

Относительная ошибка решения примера 1

t	Точное решение	ММДП	ε_r
0	0	0	0
0.1	0.110295	0.110295	8.07e-08
0.2	0.241977	0.241984	4.26e-06
0.3	0.395105	0.395166	3.62e-05
0.4	0.567812	0.568021	1.24e-04
0.5	0.756014	0.756250	1.39e-04
0.6	0.953566	0.952512	6.24e-04
0.7	1.152949	1.145867	4.19e-03
0.8	1.346364	1.321216	1.49e-02
0.9	1.526911	1.458738	4.04e-02
1.0	1.689498	1.533333	9.24e-02

Пример 2. Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение с начальными условиями [14; 16]:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = 2x(t) + 4x(t)\cdot\ln x(t), \quad x(t) > 0 \qquad (19)$$
$$x(0) = 1, \ \dot{x}(1) = 0$$

Точное решение этой задачи имеет вид: $x(t) = e^{t^2}$.

Спектральная модель задачи (19) имеет вид:

$$(k+1)(k+2)X(k+2) = 2X(k) + \tilde{A}_k, \qquad (20)$$
$$X(0) = 1, \ X(1) = 0$$

Подставляя значения $\tilde{A}_k$ в (20), получим соответствующие дискреты дифференциального изображения:

$$X(0) = 1, X(1) = 0, X(2) = 1, X(3) = 0, X(4) = = \frac{1}{2!}, X(5) = 0, X(6) = \frac{1}{3!}, X(7) = 0, X(8) = \frac{1}{4!}, \ldots \qquad (21)$$

и с учетом (5) при *H=1* – решение искомого уравнения(19) в виде:

$$x(t) = 1 + t^2 + \frac{1}{2!}t^4 + \frac{1}{3!}t^6 + \frac{1}{4!}t^8 + \ldots = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}\left[t^2\right]^k = e^{t^2} \qquad (22)$$

На рис. 2 и в табл. 2 показано сравнение между точным решением и решением по модифицированному методу дифференциальных преобразований, а также приведена относительная ошибка решения, полученного ММДП с использованием 5 первых дискрет дифференциального изображения исходного дифференциального уравнения (19).

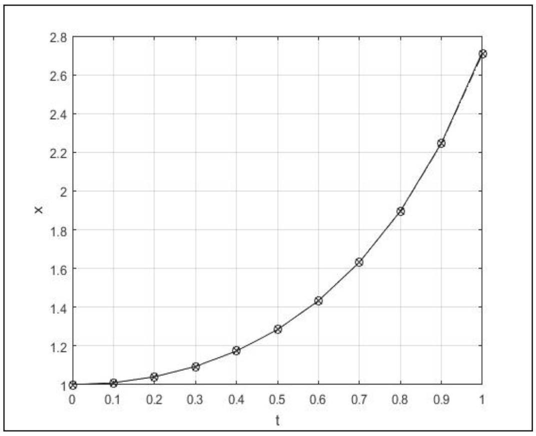

Рисунок 2. Сравнение точного решения (–) и решения по ММДП (⊗), полученных с учетом 5 первых дискрет для примера 2

Таблица 2

Относительная ошибка решения примера 2

t	Точное решение	ММДП	ε_r
0	1	1	0
0.1	1.010050	1.010050	3.07e-13
0.2	1.040810	1.040811	3.16e-10
0.3	1.094174	1.094174	1.84e-08
0.4	1.173511	1.173510	3.30e-07
0.5	1.284025	1.284017	3.12e-06
0.6	1.433329	1.433276	1.97e-05
0.7	1.632316	1.632060	9.42e-05
0.8	1.896481	1.895481	3.68e-04
0.9	2.247908	2.244560	1.23e-03
1.0	2.718282	2.708333	3.66e-03

Пример 3. Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение с экспоненциальной правой частью:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = 2e^{x(t)}, \quad 0 < t < 1, \qquad (23)$$
$$x(0) = 0, \ \dot{x}(0) = 0$$

Точное решение этой задачи имеет вид: $x(t) = -2\ln(\cos t)$ [14; 17].

Для применения модифицированного метода дифференциальных преобразований спектральную модель задачи (23) представим в следующем виде:

$$(k+1)(k+2)X(k+2) = 2\tilde{A}_k. \qquad (24)$$
$$X(0) = 0, \ X(1) = 0$$

В соответствии с процедурой (11) для нелинейной части уравнения (23) $f[x(t)] = 2e^{x(t)}$ вычисляем компоненты A_k полиномов Адомиана и соответствующие компоненты $\tilde{A}_k$ для замещения ими соответствующих компонентов дифференциальных изображений:

$$\tilde{A}_0 = e^{X(0)},\ \tilde{A}_1 = X(1)e^{X(0)},\ \tilde{A}_2 = \left(X(2) + \frac{1}{2!}X^2(1)\right)e^{X(0)},$$

$$\tilde{A}_3 = \left(X(3) + X(1)X(2) + \frac{1}{3!}X^3(1)\right)e^{X(0)},$$

$$\tilde{A}_4 = \left(X(4) + X(1)X(3) + \frac{1}{2!}X^2(2) + \frac{1}{2!}X^2(1)X(2) + \frac{1}{4!}X^4(1)\right)e$$

Подставляя значения $\tilde{A}_k$ в (24), получим такие дискреты дифференциального изображения искомого уравнения:

$$\tilde{A}_4 = \left(X(4) + X(1)X(3) + \frac{1}{2!}X^2(2) + \frac{1}{2!}X^2(1)X(2) + \frac{1}{4!}X^4(1)\right)e$$

и с учетом (5) при H_1 – решение искомого уравнения (23) в виде:

$$y(x) = x^2 + \frac{1}{6}x^4 + \frac{2}{45}x^6 + \frac{17}{1260}x^8 + ..., \qquad (25)$$

На рис. 3 и в табл. 3 показано сравнение между точным решением и решением по модифицированному методу дифференциальных преобразований, а также приведена относительная ошибка решения, полученного ММДП с использованием 5 первых дискрет дифференциального изображения исходного дифференциального уравнения (23).

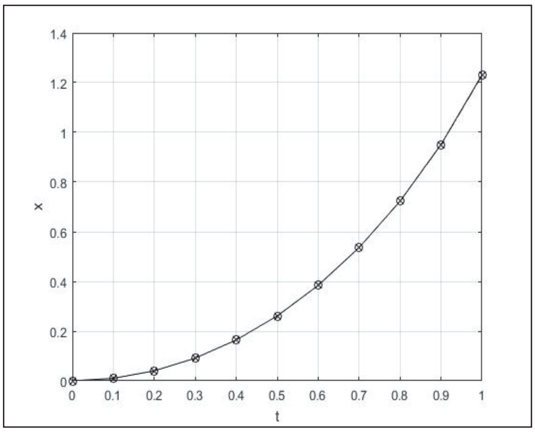

Рисунок 3. Сравнение точного решения (–) и решения по ММДП (⊗), полученных с учетом 5 первых дискрет для примера 3

Проведенные численные эксперименты по применению модифицированного метода дифференциальных преобразований к решению нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных также показали хорошую сходимость с точным решением [18].

Таблица 3

Относительная ошибка решения примера 3

t	Точное решение	ММДП	ε_r
0	0	0	0
0.1	0.010017	0.010017	1.29e-15
0.2	0.040270	0.040270	4.98e-12
0.3	0.091383	0.091383	6.58e-10
0.4	0.164458	0.164458	2.13e-08
0.5	0.261168	0.261168	3.21e-07
0.6	0.383930	0.383927	2.99e-06
0.7	0.536172	0.536147	2.00e-05
0.8	0.722781	0.722651	1.06e-04
0.9	0.950885	0.950303	4.73e-04
1.0	1.231253	1.228977	1.85e-03

Выводы. Рассмотрено применение модифицированного метода дифференциальных преобразований к решению нелинейных дифференциальных уравнений, которыми описываются многие проблемы в техногенной сфере. Метод основан на решении дифференциального уравнения в области изображений с аппроксимацией нелинейных членов уравнения полиномами Адомиана и дальнейшим получением оригинала решения в виде ряда Тейлора. Приведены примеры решения дифференциальных уравнений с разными типами нелинейностей (квадратичная, логарифмическая и экспоненциальная функция). Полученные численные результаты показали хорошую сходимость с точным решением. По сравнению со стандартным модифицированный метод дифференциальных преобразований позволяет преодолеть математические трудности, связанные со сложной нелинейностью дифференциальных уравнений, проще в применении и значительно сокращает объем вычислений.

Список литературы:

1. Басманов А.Е. Растекание жидкости на негладкой горизонтальной поверхности при аварии на железнодорожном транспорте / А.Е. Басманов, И.А. Горпинич // Проблеми надзвичайних ситуацій. – 2014. – Вип. 20. – С. 11–16.

2. Кустов М.В. Влияние концентрации ионов в атмосфере на интенсивность осадков над зоной выброса опасных веществ / М.В. Кустов // Проблеми надзвичайних ситуацій. – 2014. – Вип. 20. – С. 93–99.

3. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования функций и уравнений / Г.Е. Пухов. – К.: Наукова думка, 1980. – 419 с.

4. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов / Г.Е. Пухов. – К.: Наукова думка, 1986. – 160 с.
5. Баранов В.Л. Моделирование физических процессов методом одномерных дифференциальных преобразований краевых задач / В.Л. Баранов, С.В. Водопьян, Р.М. Костюченко// Проблемы информатизации и управления.–2005. – Вып. 3 (14). – С. 25–30.
6. Збруцький О.В. Диференціальні Т-перетворення в задачах автоматичного керування рухом літальних апаратів / О.В. Збруцький, В.П. Гусинін, А.В. Гусинін. – К.: НТУУ КПІ, 2010. – 176 с.
7. Баранов В.Л. Дифференциально-тейлоровская модель оптимальных процессов управления / В.Л. Баранов // Электронное моделирование. – 2000. – Вып. 22, № 5. – С. 3–11.
8. Баранов В.Л. Моделирование задач оптимизации и дифференциальных игр / В.Л. Баранов, В.В. Васильев. – К.: Наукова думка, 1989. – 296 с.
9. Баранов В.Л. Дифференциально-тейлоровская модель нелинейных краевых задач / В.Л. Баранов // Электронное моделирование. – 2000. – В. 22, № 14. – С. 25–31.
10. Fatoorehchi H., Abolghasemi H. Improving the differential transform method: A novel technique to obtain the differential transforms of nonlinearities by the Adomian polynomials // Applied Mathematical Modeling. – 2013. – Vol. 37, Issue 8. – P. 6008–6017.
11. Elsaid A. Fractional differential transform method combined with the Adomian polynomials // Appl. Math. Comput – 2012. – V.218(12). – P. 6899–6911.
12. Adomian G. Solving frontier problems of physics: the decomposition method. – Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 1994.
13. Duan J.S. Convenient analytic recurrence algorithms for the Adomian polynomials // Appl. Math. Comput. –2011. –V.217(13). – P. 6337–6348.
14. Ebaid A. On a general formula for computing the one-dimensional differential transform of nonlinear functions and its applications // Proceedings of the American Conference on Applied Mathematics. – 2012. – Harvard, Cambridge, USA. – P. 92–97.
15. Elsaid A. Adomian polynomials: a powerful tool for iterative methods of series solution of nonlinear equation // Journal of Applied Analysis and Computation. – 2012. – Vol. 2, No. 4. – P. 381–394.
16. Chang S.-H., Chang I-L. A new algorithm for calculating one-dimensional differential transform of nonlinear functions // Appl. Math. Comput. – 2008. – V. 195(2). – P. 799–808.
17. Vahidi A.R., Hasanzade M. Restarted Adomian´s Decomposition Method for the Bratu-Type Problem // Applied Mathematical Sciences. – 2012. – Vol. 6, №10. –P. 479–486.
18. Kaya D. The use of Adomian decomposition method for solving a specific non-linear partial differential equations // Bull. Belg. Math. Soc. – 2002. – No. 9. – P. 343–349.

МОДИФІКОВАНИЙ МЕТОД ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ПРОБЛЕМ У ТЕХНОГЕННІЙ СФЕРІ

Розглянуто застосування модифікованого методу диференціальних перетворень для розв'язку проблем у техногенній сфері, що описуються нелінійними диференціальними рівняннями. Підхід засновано на розв'язку рівнянь в області зображень з апроксимацією нелінійних членів рівняння поліномами Адоміана та подальшим отриманням оригіналу розв'язку у вигляді ряду Тейлора. Наведено приклади розв'язку диференціальних рівнянь із різними типами нелінійності та показана ефективність застосування цього методу.

Ключові слова: *техногенна проблема, нелінійні диференціальні рівняння, диференціальні перетворення, поліноми Адоміана, модифікований метод.*

MODIFIED METHOD OF DIFFERENTIAL TRANSFORMATIONS FOR SOLVING NON-LINEAR PROBLEMS INTECHNOGICAL SPHERE

Application of modified method of differential transformations for solving problems intechnological sphere, which are described by non-linear differential equations is considered. The approach is based on solving equations in the image field with approximation of non-linear terms of differential equation by corresponding polynomials Adomian and henceforth obtaining of original of solution as a Taylor series. Solutions of differential equations with different nonlinear types are presented and effectiveness of proposed method application has been shown.

Key words: *technological problem, nonlinear differential equations, differential transformations, polynomials Adomian, modified method.*